



0017-9310(94)00235-5

Transferts de chaleur et de quantité de mouvement dans les jets pariétaux plans turbulents

P. Y. NIZOU et T. TIDA†

Laboratoire d'Energétique, Equipe commune Mines-ISITEM, C.P. 3023, 44087 Nantes Cedex 03, France

(Reçu 23 mars 1994 et sous forme finale 23 juillet 1994)

Résumé—Le présent article résume un ensemble d'études expérimentales visant à préciser la liaison entre transfert de chaleur et coefficient de frottement à la paroi dans le cas des jets pariétaux turbulents, l'accent étant mis sur une présentation des travaux plus récents de Tida (Thèse de Doctorat, Université de Nantes, 1988). Une analyse théorique associée permet de préciser les modèles prévisionnels relatifs aux transferts de chaleur. Deux approches complémentaires sont alors proposées : une formulation analytique déduite des travaux de Hammond (*Proceedings of the 7th International Heat Transfer Conference*, Munich, Vol. 3, pp. 349-355, 1982) et de Nizou (*Int. J. Heat Mass Transfer* 27, 1737-1748, 1984), ainsi qu'une contribution à l'adaptation au jet pariétal du code de calcul Phoenics notamment développé par Malin (Ph.D. Thesis, Imperial College of Science and Technology, London, 1986; *Appl. Math. Modell.* 11, 281-284, 1987).

INTRODUCTION

L'utilisation des jets pariétaux est largement répandue pour des applications telles que le refroidissement par film, le séchage, le dégivrage ou le conditionnement d'air. A ce titre, l'étude de la convection turbulente relative au cas d'un jet pariétal s'écoulant le long d'une paroi plane chauffée a fait l'objet d'un certain nombre d'expérimentations aussi bien en transfert de chaleur (refs. [1-3] pour des surfaces à flux de chaleur uniforme; refs. [4, 5] pour des surfaces à température uniforme) qu'en transfert de masse [6, 7]. Il a toutefois été observé [8, 9] que ces différentes études étaient relativement limitées sur le plan thermique dans la mesure où elles ne concernaient que deux valeurs du nombre de Prandtl (ou du nombre de Schmidt) : 0,7 (cas de l'air) et 2,5 (cas de la sublimation du naphthalène), ce qui limite singulièrement la portée des études théoriques qui visent à préciser l'analogie entre transferts de chaleur et de quantité de mouvement dans le cas spécifique du jet pariétal [8-10]; une telle situation a également été négativement perçue lorsqu'il s'est agi d'effectuer la validation de certains codes de calcul [11, 12]. Dans ces conditions, toutes ces études théoriques sont basées, faute de mieux, sur des hypothèses déduites des résultats obtenus en couche limite classique. Cependant, à la suite de travaux initialement entrepris par Nizou [3, 9], une étude plus récente effectuée par Tida [13]—dans une gamme de nombres de Prandtl allant de 4,8-10,4— a confirmé qu'il existait des différences notables entre une couche limite de jet pariétal et une couche limite

classique et, grâce aux résultats obtenus dans la couche limite thermique, a permis de préciser les différences dont il convient de tenir compte pour traiter le problème du transfert de chaleur.

Cette étude, qui vient compléter l'ensemble des données expérimentales disponibles dans la littérature, se propose par ailleurs de préciser les modèles prévisionnels relatifs aux transferts de chaleur à partir de deux approches complémentaires :

- d'une part, en définissant une formulation analytique déduite d'une analogie entre transferts de chaleur et de quantité de mouvement spécifique au cas du jet pariétal et s'appuyant sur les travaux de Hammond [8] et de Nizou [9];
- d'autre part, en utilisant les résultats expérimentaux obtenus pour adapter au cas du jet pariétal le modèle numérique PHOENICS développé notamment par Malin [11, 12] (étude effectuée en collaboration avec Malin).

CONDITIONS EXPERIMENTALES

Le montage expérimental représenté ici est celui utilisé par Tida [13] : le fluide de travail est de l'eau avec des nombres de Prandtl allant de 4,8-10,4. Le dispositif d'étude peut être schématiquement décrit de la façon suivante (Fig. 2) : maintenue dans un premier réservoir (1) à un niveau déterminé l'eau s'écoule à travers un convergent (2) chargé d'effectuer sa mise en vitesse et suivi d'un ajutage (3) d'épaisseur variable. Le jet pariétal ainsi formé se développe dans le canal ouvert (4) (largeur 500 mm) constitué de parois latérales en verre et à la partie inférieure duquel est

† Maintenant à l'Université d'Antsiranana, Madagascar.

NOMENCLATURE

A, A_T	pentés respectives des profils de vitesse et de température dans une représentation logarithmique	$-x_1$	abscisse de l'origine fictive du faisceau de droites modélisant la zone extérieure de la couche limite ($-x_1 \approx -20e$)
C_f	coefficient de frottement, $2\tau_p/\rho u_m^2$	X_1	$x + x_1$
C_p	chaleur spécifique à pression constante	y	direction perpendiculaire à la paroi.
e	épaisseur de sortie du jet	Symboles grecs	
h	coefficient local de convection, $\Phi/(T_p - T_a)$	η	variable sans dimension relative à la zone de jet, $y/y_{1/2}$
Nu_{X_1}	nombre de Nusselt local, hX_1/λ	μ	viscosité du fluide
Pr	nombre de Prandtl, $\mu C_p/\lambda$	ρ	masse volumique
Re	nombre de Reynolds initial, $u_0 e/\nu$	ν	viscosité cinématique, μ/ρ
Re_m	nombre de Reynolds local, $u_m y_m/\nu$	τ	contrainte de frottement
Re_{X_1}	nombre de Reynolds local, $u_m X_1/\nu$	Φ	densité de chaleur dissipée par convection à la paroi.
St	nombre de Stanton local, $h/\rho C_p u_m$	Indices	
T, T_a	températures locale et ambiante	i	valeur le long d'une isovitesse définie par $u^* \approx 0,7$ dans la zone de couche limite
T_f	température de frottement, $\Phi/\rho C_p u_f$	m	valeur au point de vitesse maximale
T^+	température réduite, $(T_p - T)/T_f$	p	valeur à la paroi
u	composante de la vitesse dans la direction x	$1/2$	valeur le long d'une isovitesse définie par $u^* = 0,5$ dans la zone de jet.
u_0	vitesse de sortie du jet		
u_f	vitesse de frottement, $\sqrt{\tau_p/\rho}$		
u^*	vitesse réduite, u/u_m		
u^+	vitesse réduite, u/u_f		
x	distance de la section d'étude à la buse de sortie		

positionnée une plaque plane munie d'un dispositif de chauffage à flux constant (2000–5000 W m⁻²). Le trop-plein se déverse ensuite dans un réservoir (5) avant d'être recyclé à l'aide de la pompe (6).

L'ensemble des essais a été mené avec deux épaisseurs de jet de 7 et 12 mm ce qui a conduit, en jouant sur la hauteur de l'eau dans le réservoir (1), à une gamme des nombres de Reynolds de sortie allant de 6000–24 000.

Les mesures de vitesses effectuées à l'aide d'une chaîne d'anémométrie laser à haute résolution spatiale (Fig. 3) ont permis d'obtenir directement le frottement à la paroi à partir de la détermination de la pente du profil de vitesse. Une méthodologie développée au laboratoire [14, 15] a en effet permis, en utilisant une paroi semi-réfléchissante, de déterminer cette pente avec une incertitude de $\pm 2\%$, ce qui conduit à obtenir le coefficient de frottement C_f avec une précision de $\pm 3\%$.

Les profils de températures ont été réalisés avec une sonde à thermocouple chromel-constantan conforme aux spécifications de Blackwell et Moffat [16] tandis que les températures de parois ont été obtenues au moyen de thermocouples de même nature noyés à la surface de la plaque chauffante. Les caractéristiques physiques du fluide sont évaluées à la température

moyenne de l'écoulement ($4,8 < Pr < 10,4$); l'erreur qui en résulte sur la détermination du nombre de Stanton est inférieure à $\pm 4\%$. Des détails complémentaires sur les conditions expérimentales et les techniques de mesures pourront être obtenues en se reportant au travail de Tida [13].

JET PARIÉTAL ET COEFFICIENT DE FROTTEMENT

Structure générale de l'écoulement

La distribution moyenne des vitesses est donnée sur la Fig. 4 dans une représentation adimensionnelle où l'évolution de la vitesse u rapportée à la vitesse maximale u_m dans la section considérée est donnée en fonction de la distance à la paroi réduite $\eta = y/y_{1/2}$ relative à la demi-épaisseur du jet. La comparaison avec les mesures effectuées dans l'air par Tailland [17] à l'aide d'un anémomètre à fil chaud ou par Nizou [18] avec un tube à pression totale† permet de valider a posteriori les résultats obtenus par l'anémométrie laser. Par ailleurs, des profils similaires effectués à 16 cm de part et d'autre de l'axe central du montage ont permis de s'assurer de la bidimensionnalité de l'écoulement. L'analyse détaillée de ces profils [13] montre que l'écoulement ainsi obtenu répond bien aux spécifications d'un jet pariétal turbulent bidimensionnel en satisfaisant, en particulier, aux critères définis par Launder et Rodi [19].

† Associé à un dispositif d'enregistrement automatique, ce procédé permet d'obtenir la vitesse réduite avec une précision de 2%.

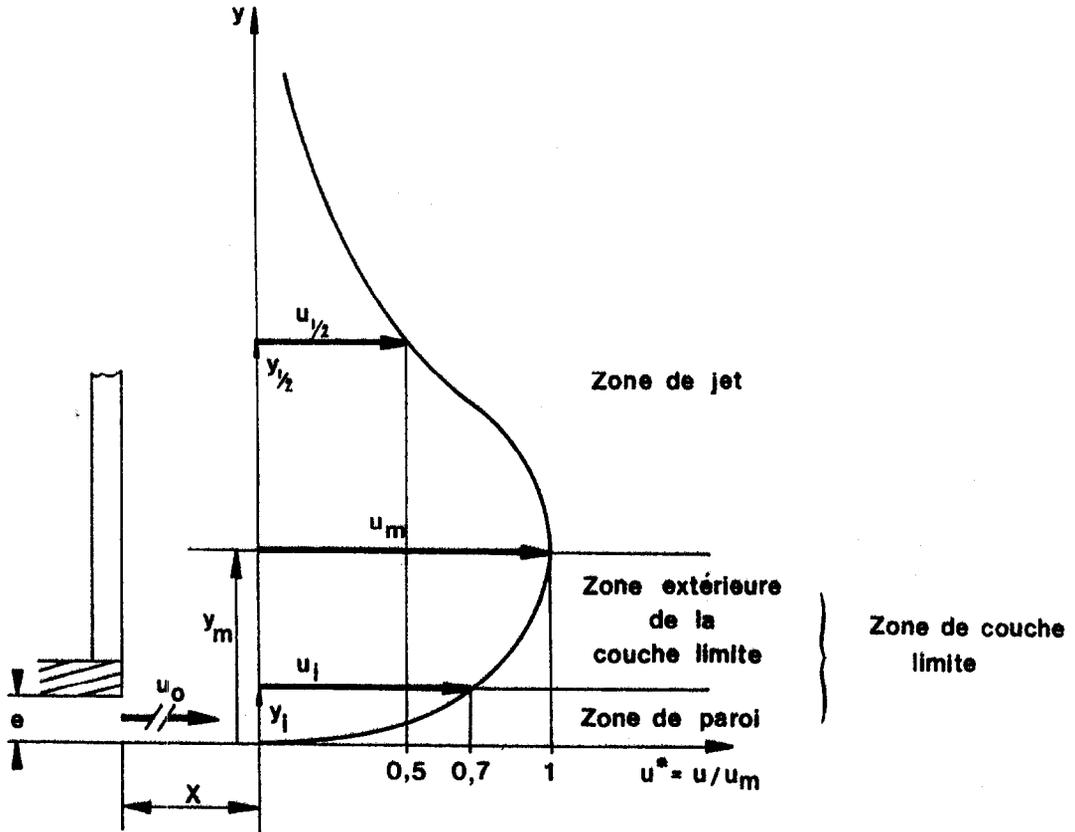
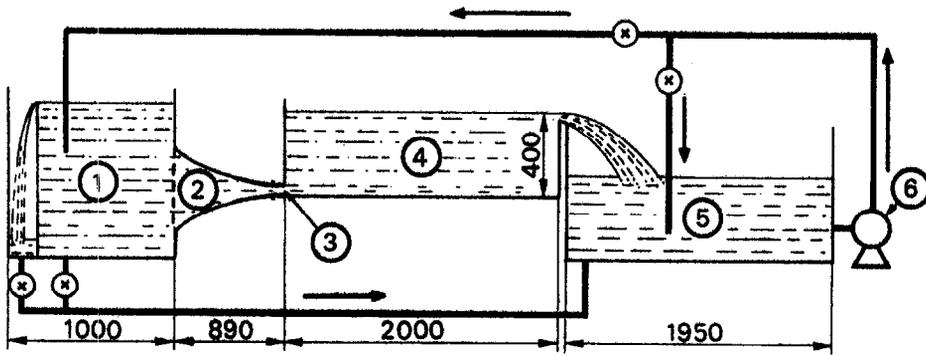


Fig. 1. Zones de l'écoulement pour une section donnée.

Représentation de la zone extérieure de la couche limite

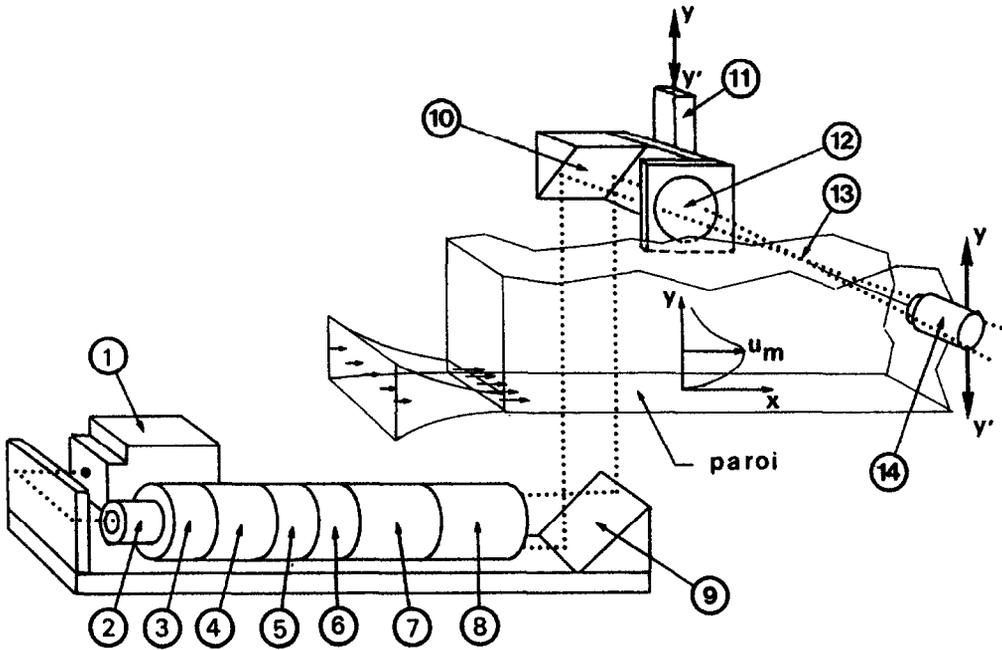
La zone comprise entre la paroi et la ligne de vitesse maximale diffère notablement d'une couche limite classique en ce sens qu'elle évolue sous l'action d'un écoulement extérieur : c'est une couche limite en forte interaction. Une étude approfondie de la zone extérieure de cette couche limite de jet pariétal [3, 9, 18] a montré qu'il était possible, à partir d'une certaine distance de la buse de sortie, d'en donner une représentation au moyen d'un faisceau d'isovitesse ré-

duite $u^* = u/u_m$: ce faisceau défini dans la région $0,7 < u^* < 1$ est formé de droites passant par un même point dont l'abscisse ($x = -x_i$) est indépendante du nombre de Reynolds initial $Re = u_0 e / \nu$ et dont l'ordonnée y_i est une fonction de Re . La validité d'une telle représentation qui a été initialement proposée pour un jet pariétal dans l'air (avec trois épaisseurs de sortie de 7, 13 et 20,5 mm) se trouve à nouveau justifiée ici comme le montre la Fig. 5. Lorsque le nombre de Reynolds initial varie, on observe que l'ab-



Dimensions en millimètres

Fig. 2. Schéma du dispositif expérimental.



- | | | |
|------------------------------|-------------------------------|------------------------|
| 1 Laser Argon 162 | 7 { | 13 Volume de mesure |
| 2 | 8 { Elargisseurs de faisceaux | 14 Photomultiplicateur |
| 3 } Modules optiques : | 9 { | |
| 4 } diviseurs de faisceaux | 10 { Miroirs | |
| 5 } cellule de Bragg, etc... | 11 Système de déplacement | |
| 6 | 12 Lentille frontale | |

Fig. 3. Mesure des vitesses par anémométrie laser.

scisse de l'origine virtuelle du faisceau de droites reste a peu près constante autour d'une valeur estimée à $x_1 \approx 20e$, valeur que l'on retrouve dans les expérimentations menées dans l'air. L'abscisse x_1 apparait ainsi comme étant indépendante des conditions d'établissement de l'écoulement dans la zone pleinement développée.† Cette observation intéressante qui a servi antérieurement de base à la formulation du coefficient de frottement bâti sur la vitesse maximale dans la section considérée C_f [3, 9] trouvera à nouveau ici sa justification avec la corrélation définitive de C_f en fonction du groupement $u_m X_1/\nu$ avec $X_1 = x + x_1$ (voir Fig. 8).

Représentation du coefficient de frottement

L'évolution de la tension pariétale de frottement τ_p obtenue par la détermination de la pente des profils de vitesse tout près de la paroi est donnée Fig. 6 tandis que l'évolution du coefficient de frottement, bâti sur la vitesse maximale dans la section considérée, $C_f = 2\tau_p/\rho u_m^2$ est reportée de façon correspondante sur

la Fig. 7 : la variation de ce coefficient en fonction de la distance à la buse de sortie (d'épaisseur e) révèle, en particulier, que la zone de régime établi peut être considérée comme atteinte pour des valeurs de x supérieures à 30–40e.

L'ensemble des résultats expérimentaux est alors reporté sur la Fig. 8 selon la représentation initialement proposée par Nizou [3, 9] à savoir C_f considéré comme étant une fonction du nombre de Reynolds local $u_m X_1/\nu$ avec $X_1 = x + x_1 \approx x + 20e$: les résultats obtenus ici dans le cas de l'eau confirment à nouveau la validité d'une telle représentation et permettent, en élargissant le domaine expérimental des nombres de Reynolds initiaux étudiés, de proposer la corrélation suivante :

$$C_f = 0,120 \left(\frac{u_m X_1}{\nu} \right)^{-0,222} \tag{1}$$

formulation qui permet de regrouper, à la précision des mesures près ($\pm 3\%$), l'ensemble des résultats expérimentaux disponibles tout en étant compatible avec la formulation obtenue initialement pour l'air [$C_f = 0,081 (u_m X_1/\nu)^{-0,192}$] avec une gamme des nombres de Reynolds légèrement différente.

† Ce n'est pas le cas de l'abscisse de l'origine virtuelle de la zone jet comme cela a déjà été noté par Narasimha *et al.* [20] : dans le cas présent, cette abscisse est voisine de zéro.

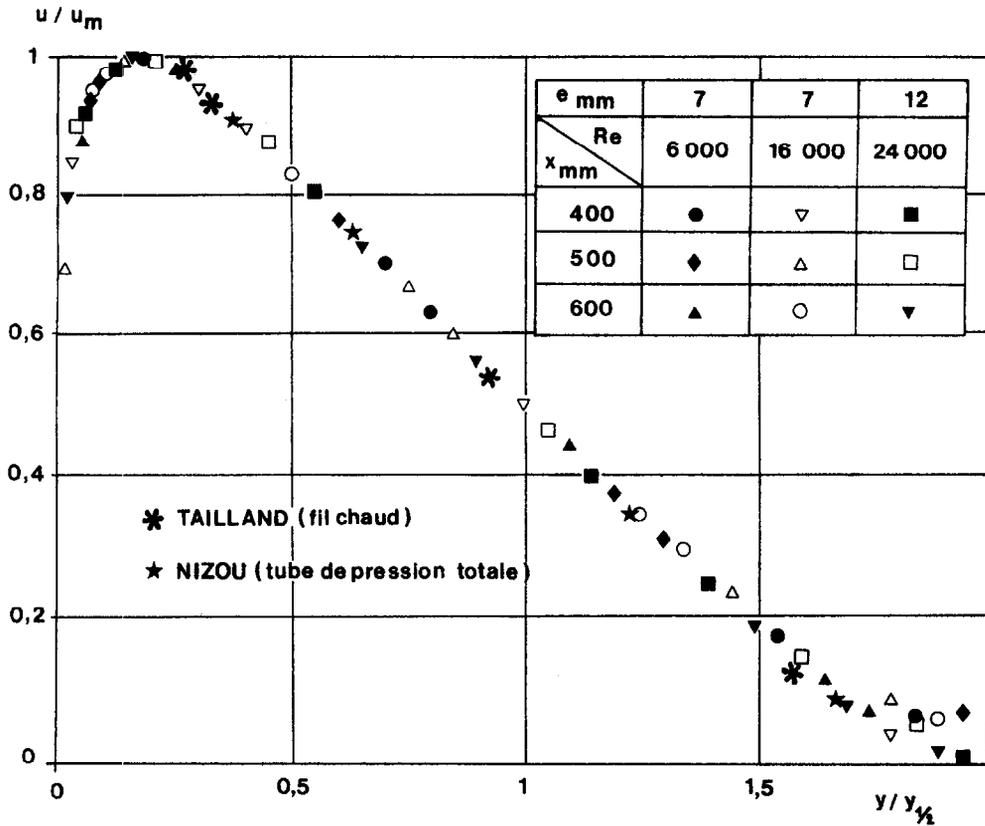


Fig. 4. Profils de vitesses réduites dans la zone de régime établi.

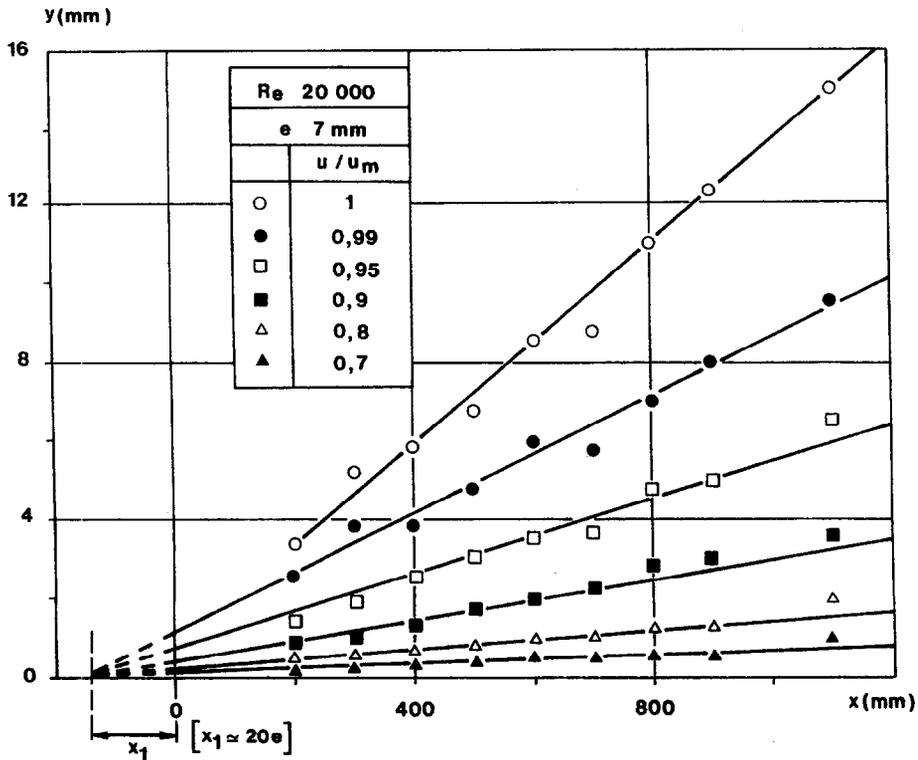


Fig. 5. Faisceau d'isovitesse réduites dans la zone extérieure de la couche limite.

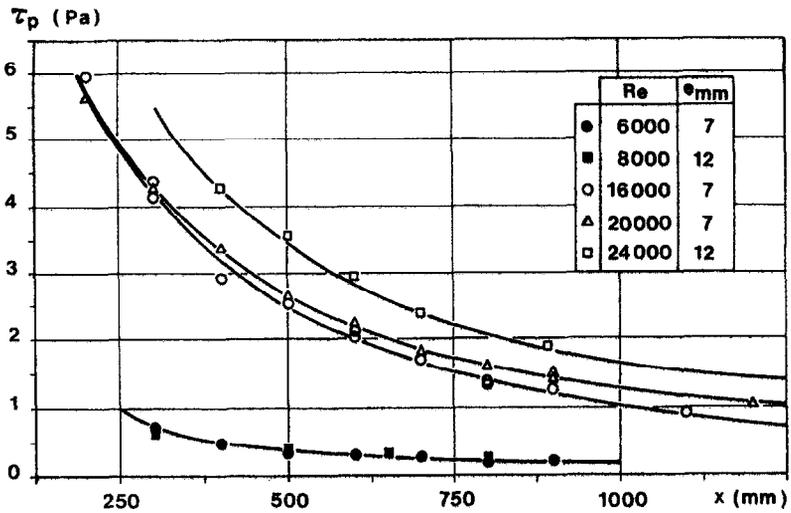


Fig. 6. Evolution du frottement pariétal le long de la paroi.

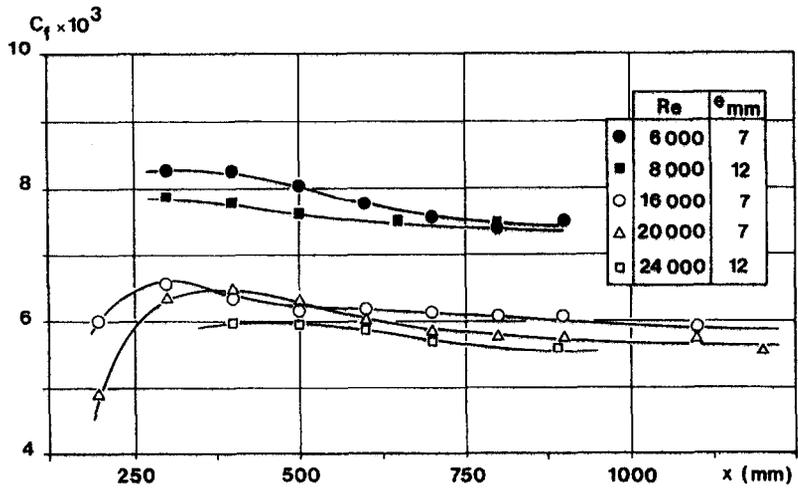


Fig. 7. Evolution du coefficient de frottement le long de la paroi.

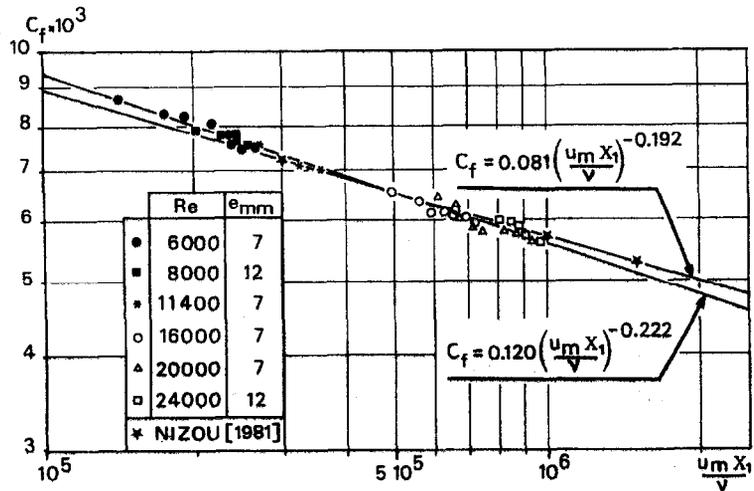


Fig. 8. Représentation du coefficient de frottement en fonction du groupement $Re_{x_1} = u_m X_1 / \nu$.

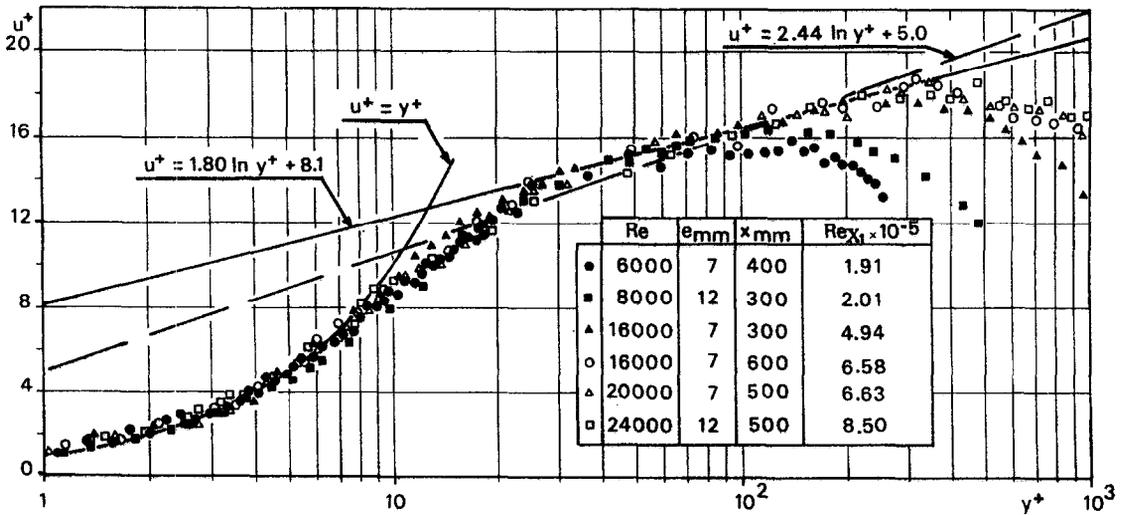


Fig. 9. Représentation logarithmique des profils de vitesse.

Profils des vitesses moyennes dans la zone proche de la paroi

La Fig. 9 représente les profils de vitesses selon la représentation logarithmique $u^+ = A \log y^+ + B$ avec $u^+ = u/u_f$ et $y^+ = u_f y/\nu$: les profils de vitesses y sont donnés pour différentes sections de mesure, la vitesse de frottement $u_f = \sqrt{\tau_p/\rho}$ étant obtenue à partir de la détermination de τ_p décrite précédemment. Les résultats expérimentaux sont comparés avec la loi logarithmique de paroi proposée par Tailland [17] dans le cas d'un jet pariétal :

$$u^+ = 1,80 \ln y^+ + 8,1.$$

Il peut être observé que les valeurs expérimentales sont en bon accord avec une telle formulation, ce qui souligne la validité des mesures du frottement à la paroi tout en mettant en évidence la différence avec une couche limite classique.

Ces résultats sont également comparés avec ceux de Dakos *et al.* [5] qui proposent la représentation $u^+ = 2,44 \ln y^+ + 5,0$ très proche de celle observée en couche limite classique : la différence observée réside essentiellement dans le fait que ces auteurs utilisent *a priori* une loi du type Prandtl-Nikuradse pour déterminer le frottement à la paroi selon la méthode de Clauser dont Hammond [21] a déconseillé l'usage dans le cas du jet pariétal.

TRANSFERT DE CHALEUR DANS LA ZONE DE REGIME ETABLI

Profils de température dans la couche limite

Une représentation logarithmique des profils de températures dans la zone de couche limite est donnée

sur la Fig. 10. On observe qu'il est possible d'y définir, dans le domaine $60 < y^+ < 600$, une formulation du type classique :

$$T^+ = (T_p - T)/T_f = A_T \log y u_f/\nu + B_T = A_T \log y^+ + B_T$$

où u_f et T_f désignent respectivement la vitesse de frottement et la température de frottement.

Les valeurs des coefficients A_T et B_T , sensiblement différentes de celles qui sont admises en couche limite classique, sont reportées sur la Fig. 10 pour les conditions expérimentales spécifiées. Comme cela a déjà été observé par Kader et Yaglom [22] en couche limite classique, le coefficient A_T est sensiblement constant, † tandis que le coefficient B_T apparaît comme étant principalement lié au nombre de Prandtl. On observe, par ailleurs, que la représentation logarithmique des températures semble moins affectée par l'évolution du nombre de Reynolds que la représentation analogue du profil des vitesses pour laquelle la formulation moyenne de Tailland [17] peut être néanmoins retenue (Fig. 9). En ce qui concerne l'évolution du coefficient B_T , Kader et Yaglom ont proposé la formulation $B_T = 12,5 Pr^{2/3} + 2,12 \ln Pr - 5,3$ applicable pour $Pr > 0,7$. Les résultats expérimentaux reportés ici ($4,8 < Pr < 10,7$) et relatifs à l'eau, associés à ceux obtenus dans l'air [3], montrent qu'une évolution semblable peut être retenue pour le jet pariétal à condition de corriger la formulation de Kader et Yaglom par un facteur multiplicatif ($\approx 1,65$), ce qui conduit à proposer :

$$B_T(Pr) = 20,6 Pr^{2/3} + 3,5 \ln Pr - 8,7 \quad (2)$$

une telle relation permettant de représenter empiriquement l'ensemble des résultats expérimentaux disponibles en jet pariétal [13].

† On retrouve ici une valeur semblable à celle obtenue initialement par Nizou [3] dans l'air.

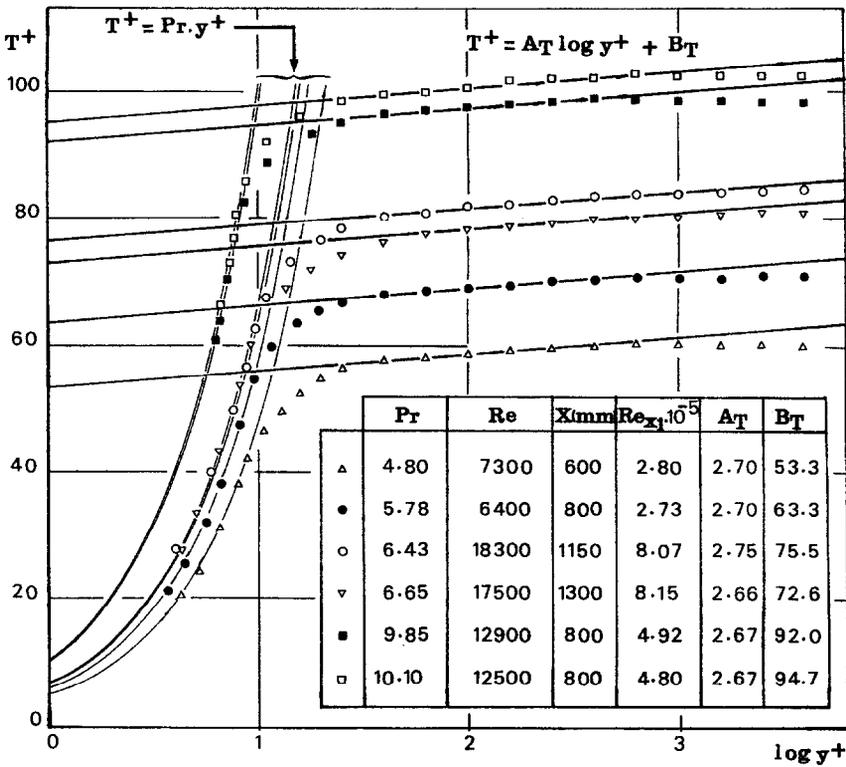


Fig. 10. Représentation logarithmique des profils de température dans la zone de couche limite.

Evolution du nombre de Stanton. Facteur d'analogie de Reynolds

Une représentation possible du facteur d'analogie de Reynolds, défini par le rapport St/C_f (ou St et C_f sont tous deux basés sur le maximum de vitesse u_m), est donnée sur la Fig. 11 en fonction de la distance réduite X_1/e : les valeurs expérimentales du nombre de Stanton y sont rapportées aux valeurs moyennes du coefficient de frottement obtenues par la relation (1).

Cette présentation met en défaut, dans le cas du jet pariétal, une analogie du type Colburn $St/C_f = 1/2Pr^{-2/3}$ qui conduit à $St/C_f = cte$ pour un niveau thermique donné, résultat qui peut être parfaitement admis (lorsque l'abscisse croît) en couche limite classique (voir, par exemple, Simonich et Bradshaw [23]). Au contraire, on relève ici un accroissement du rapport St/C_f lorsque l'on s'éloigne de la buse de sortie; une telle évolution avait déjà été observée par Mathieu [24] avec un jet d'air chaud et par Nizou [18] avec un jet pariétal d'air évoluant le long d'une plaque chauffée. Hammond [8] retrouve un tel résultat à partir d'un développement analytique basé sur la définition de lois logarithmiques 'optimales' adaptées au cas du jet pariétal; il en conclut, de plus, que cet

accroissement du rapport St/C_f doit être d'autant plus marqué que le nombre de Prandtl est plus élevé. †

En outre, la Fig. 12 résume, dans une présentation simplifiée, l'ensemble des résultats disponibles dans la littérature en ce qui concerne l'évolution moyenne du rapport St/C_f en fonction du nombre de Prandtl. Les résultats expérimentaux concernant les jets pariétaux proprement dits sont, en définitive, assez limités puisque les nombres de Prandtl explorés sont inférieurs à 10; les seules expérimentations disponibles concernent en effet l'air (plusieurs études disponibles), l'eau [13] et la sublimation du naphthalène [6] relative à un nombre de Prandtl équivalent de 2,5. Des expérimentations conduites avec des nombres de Prandtl supérieurs à 10 (huiles, par exemple) ne sont disponibles que dans le cas de jets d'impact circulaires: une telle configuration expérimentale est notablement différente de celle relative aux jets pariétaux mais il est néanmoins intéressant de disposer des valeurs mesurées à titre de comparaison [25]. ‡

MODELISATION

Formulation analytique obtenue par analogie

Une analyse antérieurement développée par Nizou [9] a conduit à la définition du rapport St/C_f selon:

$$\frac{C_f}{St} = 2u_* \frac{A_T}{A} + \left[B_T - B \frac{A_T}{A} + a \right] \sqrt{2C_f + b \cdot C_f}$$

† La modélisation proposée plus loin [relation (3)] permettra à nouveau de prévoir un tel phénomène.

‡ On a reporté de même les résultats obtenus en jet d'impact circulaire par Ward et Mahmood [26] avec la sublimation du naphthalène.

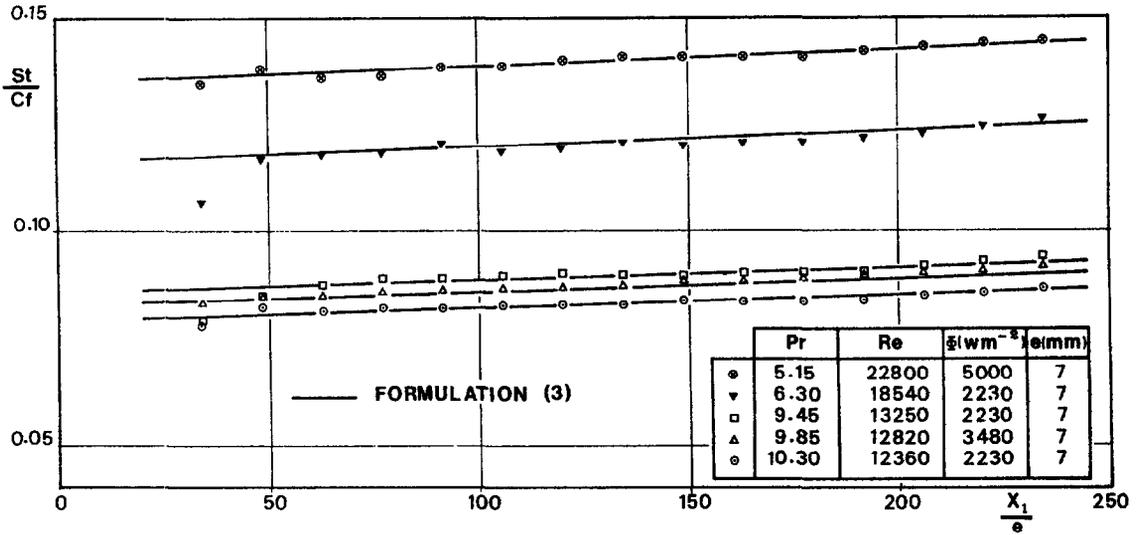


Fig. 11. Relation entre le nombre de Stanton et le coefficient de frottement.

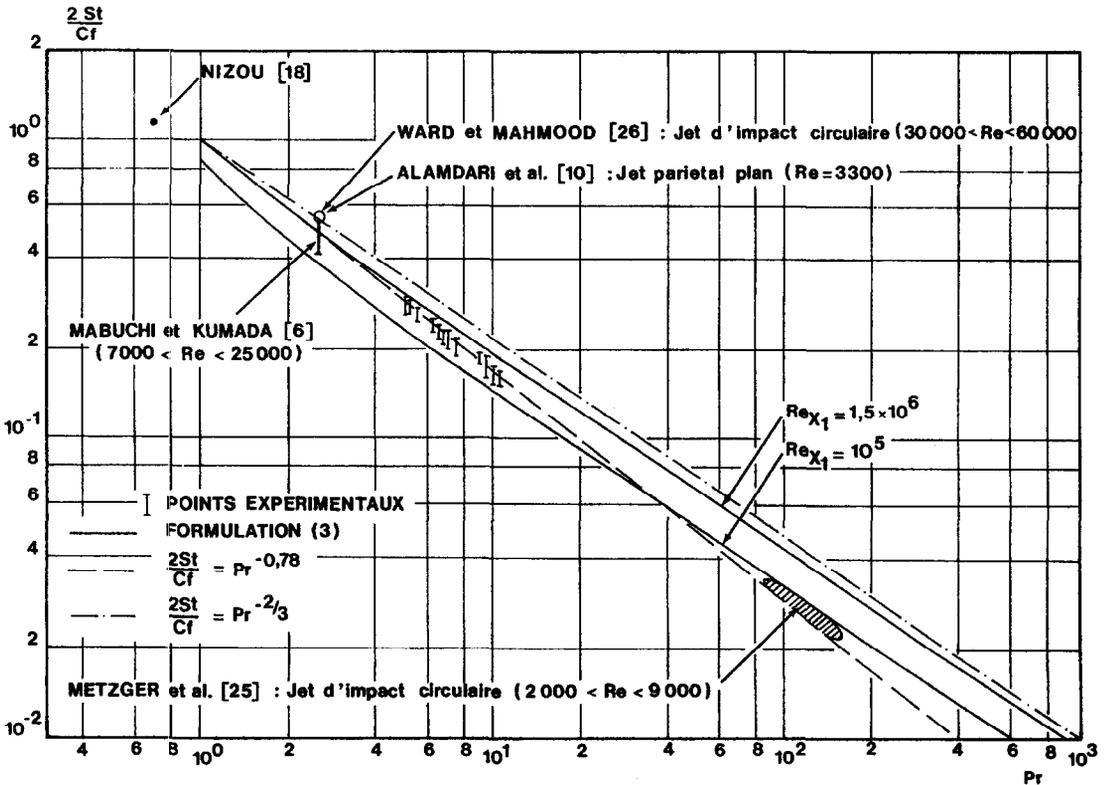


Fig. 12. Représentation du facteur d'analogie de Reynolds en fonction du nombre de Prandtl.

(avec $u_1^* = 0,7$).

Cette expression, dans laquelle apparaissent les coefficients A , B , A_T , et B_T (Pr) des lois logarithmiques de vitesse et de température, est basée sur le découpage de la couche limite thermique selon les trois zones de l'écoulement définies sur la Fig. 1. La comparaison avec les résultats obtenus dans l'air [9] et dans l'eau [13] conduit à :

$$u_1^* = 0,7 \quad a = 0,4$$

$$A_T = 2,7-2,8 \quad B_T = 20,6Pr^{2/3} + 3,5 \ln Pr - 8,7.$$

On prendra pour les coefficients A et B les valeurs initialement proposées par Tailland [16], soit $A = 4,15$ et $B = 8,1$, si bien que l'expression précédente s'écrit en définitive :

$$\frac{C_f}{St} = 0,93 + [20,6Pr^{2/3} + 3,5 \ln Pr - 10,2] \sqrt{2C_f} + b(Pr)C_f. \quad (3)$$

Deux situations sont alors à considérer selon que le nombre de Prandtl est inférieur ou supérieur à 1 :

(1) le nombre de Prandtl est voisin de 0,7 (cas de l'air) ; les résultats expérimentaux conduisent à prendre $b(Pr) \approx 30$;

(2) le nombre de Prandtl est supérieur à 1.

Dans ce cas, l'épaisseur de la couche limite thermique devient inférieure à celle de la couche limite dynamique. Il en résulte que la chute de température dans la zone de jet, qui était déjà assez faible dans le cas de l'air, devient rapidement négligeable lorsque le nombre de Prandtl croît. Dans ces conditions, le coefficient $b(Pr)$ de la relation (3) peut être négligé pour tout nombre de Prandtl supérieur à 1.

L'accord de la formulation (3) avec les résultats expérimentaux est, dans l'ensemble, tout à fait satisfaisant (Fig. 11) si ce n'est toutefois pour les nombres de Reynolds les plus faibles, situation expérimentale dans laquelle les effets de la convection naturelle commencent à se faire sentir [13]. D'autre part, on remarque sur la Fig. 12 que les deux courbes extrêmes tracées pour $Re_{X_1} = u_m X_1 / \nu = 10^5$ et $Re_{X_1} = 1,5 \times 10^6$ (correspondant à $Re = 4000$ et $Re = 23000$) encadrent parfaitement les résultats de Tida [13] ainsi que ceux de Mabuchi et Kumada [6], tout en étant assez proche des expérimentations menées sur les jets d'impact circulaires avec un nombre de Prandtl supérieur à 100.

On observe également qu'il est possible de se baser, pour les applications pratiques, sur une valeur moyenne du rapport St/C_f donnée par : $2St/C_f = Pr^{-0,78}$, relation qui doit être substituée, dans le cas du jet pariétal, à l'analogie classique de Colburn : $2St/C_f =$

$Pr^{-2/3}$. Dans ces conditions—et compte tenu de l'expression (1) donnant le coefficient de frottement C_f —il devient alors possible d'exprimer le nombre de Nusselt local sous la forme :

$$Nu_{X_1} = 0,060 Re_{X_1}^{0,78} Pr^{0,22}.$$

Sur la Fig. 13, qui illustre l'observation précédente, on a également reporté quelques valeurs expérimentales obtenues par Leduc et Jaumotte [27] dans une étude plus technique relative à l'injection pariétale dans un canal étroit parcouru par de l'eau. La formulation classique de Colburn est simultanément donnée à titre de repère.

Ainsi l'analogie proposée permet-elle de représenter l'ensemble des résultats expérimentaux actuellement disponibles dans les gammes : $0,7 < Pr < 10$, et $2000 < Re_m < 40000$.

Formulation numérique

(1) *Définition d'une fonction de paroi.* Les techniques de calcul numérique employées pour la description des écoulements turbulents utilisent habituellement des fonctions de paroi qui permettent de représenter la sous-couche visqueuse au contact de la paroi. De telles fonctions ont été proposées par différents auteurs parmi lesquels on peut citer Patankar et Spalding [28] et Launder et Spalding [29]. Ces formulations sont généralement basées sur l'existence de lois logarithmiques universelles de vitesse et de température dans la région proche de la paroi exprimées selon :

$$u^+ = A \log y^+ + BT^+ = Pr_t(u^+ + P) \quad (4)$$

relations dans lesquelles u^+ , T^+ et y^+ ainsi que les coefficients A et B ont été définis précédemment tandis que Pr_t représente le nombre de Prandtl turbulent.

L'équation (4) introduit, par ailleurs, un paramètre P sans dimension, appelé fonction P , qui caractérise la résistance thermique de la sous-couche visqueuse. Différentes fonctions P ont pu être proposées et Malin [12] a suggéré une formulation mieux adaptée en se basant sur les lois de paroi universelles introduites par Kader et Yaglom [22]. Il en déduit alors une expression de la fonction P^\dagger qu'il utilise ensuite pour calculer le transfert de chaleur dans diverses situations telles que les couches limites, les écoulements en conduite ou les jets pariétaux.

En ce qui concerne cette dernière catégorie d'écoulements, il apparaît toutefois, à la suite des expérimentations menées par Tida [13], qu'il est nécessaire d'adapter les coefficients initialement proposés par Kader et Yaglom : ceci nous conduit maintenant à étudier la portée de cette remarque sur les résultats donnés par les modèles numériques.

(2) *Calcul du transfert de chaleur en jet pariétal.*

(a) Fonction P déduite de la formulation de Kader et Yaglom.

Partant des lois universelles de paroi, Malin [12] écrit :

† Une réflexion plus générale sur l'introduction de lois de paroi de type (4), ainsi qu'un commentaire sur les différentes formulations proposées pour la fonction P pourront être notamment trouvés chez Malin et Spalding [30] ou chez Malin [12].

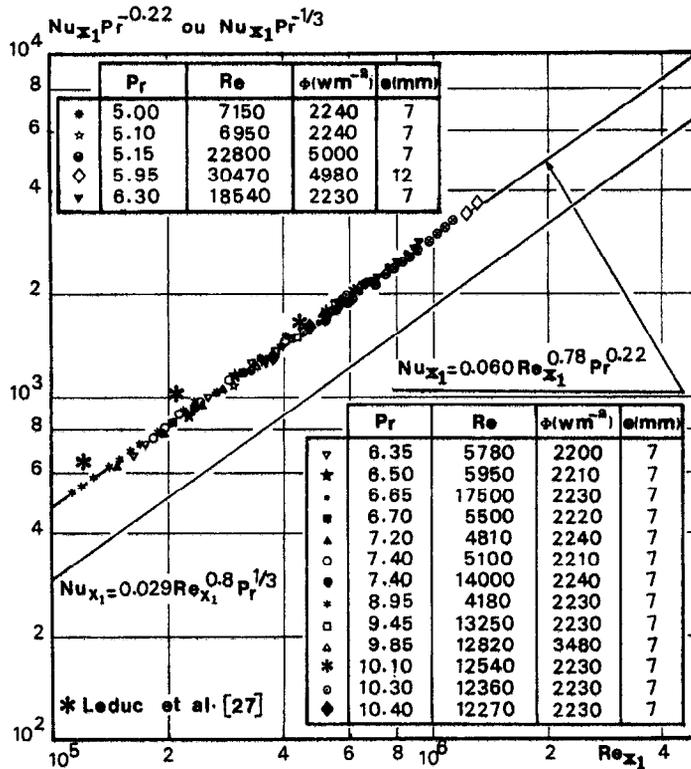


Fig. 13. Représentation du nombre de Nusselt local en fonction du nombre de Reynolds local.

$$T^+ = \frac{A_T}{A} \left[u^+ + \frac{B_T}{A_T/A} - B \right]$$

En tenant compte de la définition du nombre de Prandtl turbulent dans la zone proche de la paroi :

$$Pr_t = \frac{u_r}{T_r} \frac{\partial T / \partial y}{\partial u / \partial y}$$

cette expression conduit à :

$$P = \frac{B_T}{Pr_t} - B$$

soit, en reportant les valeurs de B_T et de B proposées par Kader et Yaglom :†

$$P = \frac{12,5 Pr^{2/3} - 5,3 + 2,12 \ln Pr}{Pr_t} - 5,25 \quad (5)$$

avec $Pr_t = 0,86$, valeur moyenne recommandée par Kader et Yaglom pour les couches limites turbulentes ainsi que pour les écoulements en conduites.

Pour la résolution numérique du transfert de chaleur, Malin utilise le code de calcul PHOENICS créé par Rosten et Spalding [31]. Les calculs sont basés sur

† Malin propose de déduire la forme de la fonction P de l'expression des lois universelles de paroi en température ce qui l'amène à admettre, faute de résultats expérimentaux suffisants, la transposition de l'équation de Kader et Yaglom au cas du jet pariétal.

une version modifiée du modèle de turbulence $k-\epsilon$ qui tient compte du modèle ASM (Algebraic Stress-flux Model) de Ljuboja et Rodi [32] mieux adapté aux jets pariétaux. Dans ces conditions, une série de calculs a été menée, pour un nombre de Reynolds de sortie typique de 18 000, dans la zone de régime établi. A des fins de simplification la paroi a été considérée comme isotherme.

Sept calculs ont ainsi été effectués pour différents nombres de Prandtl compris entre 0,7 et 200. La Fig. 14 montre l'évolution du facteur d'analogie de Reynolds en fonction du nombre de Prandtl pour un nombre de Reynolds local de 10^6 ; une telle situation correspond à la zone de régime établi dans laquelle le rapport St/C_f varie faiblement. Les quantités St et C_f sont définies, comme dans le cas de la Fig. 12, par référence à la vitesse maximum u_m .

La comparaison avec les résultats expérimentaux est obtenue en utilisant la formulation (3) proposée par Nizou qui résume assez correctement, comme montré précédemment, l'ensemble des résultats expérimentaux disponibles. Il apparaît alors que, si l'accord est excellent pour $Pr \approx 0,7$, il n'en va pas de même pour des nombres de Prandtl plus élevés, le modèle utilisé conduisant à une surestimation de 30-50% du transfert de chaleur à la paroi.

(b) Fonction P spécifique au cas du jet pariétal. Dans ce cas, il devient intéressant de reprendre le

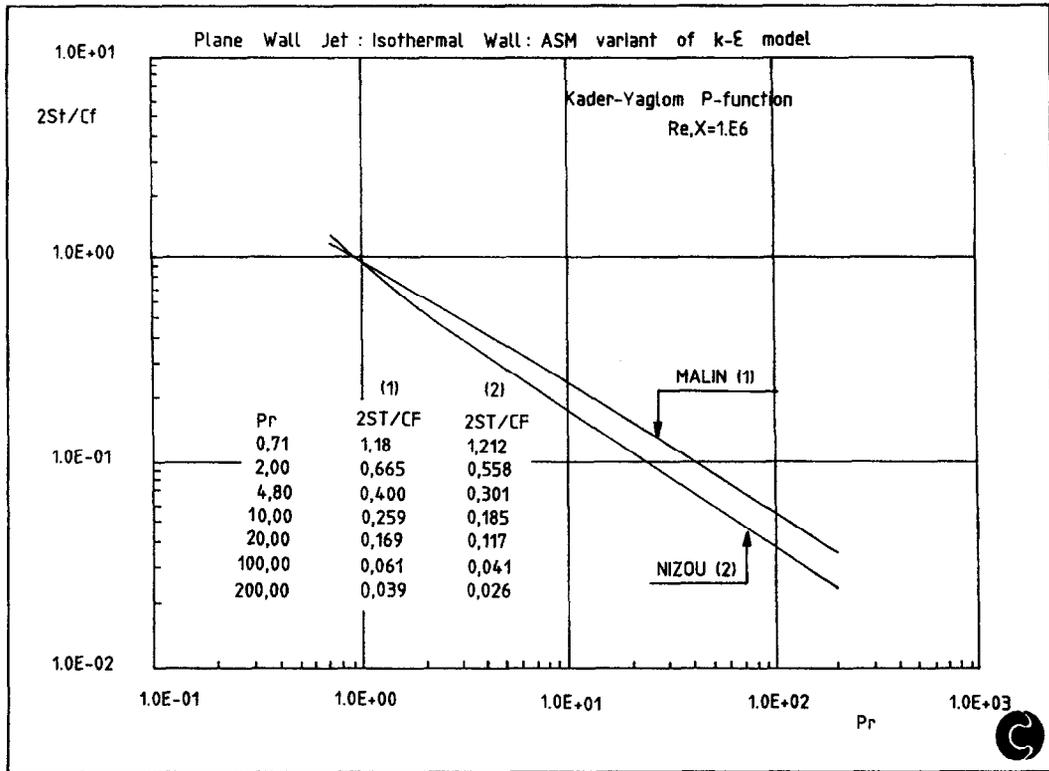


Fig. 14. Modélisation numérique [notée Malin (1)] utilisant la fonction P déduite de la formulation de Kader-Yaglom (5). Comparaison avec la formulation (3) [notée Nizou (2)]. Résultats du calcul sur code PHOENICS aimablement fournis par M. R. Malin (CHAM Ltd, London).

modèle de Malin mais en réécrivant la fonction P de façon à tenir compte des particularités du jet pariétal. Compte tenu de ce qui a été écrit plus haut :

$$u^+ = 1,8 \ln y^+ + 8,1$$

$$T^+ = 1,17 \ln y^+ + 20,6Pr^{2/3} + 3,5 \ln Pr - 8,7$$

il vient en effet :

$$P = \frac{20,6Pr^{2/3} - 8,7 + 3,5 \ln Pr}{Pr_t} - 8,1 \quad (6)$$

nouvelle expression de la fonction P qui doit logiquement remplacer l'expression (5) quand il s'agit de traiter le transfert de chaleur en jet pariétal.

L'étude de l'évolution de la fonction (6) [P = f(Pr)], en faisant varier le paramètre Pr_t entre 0,5 et 1, a conduit à prendre une valeur du nombre de Prandtl turbulent Pr_t égale à 0,85† de façon à assurer la concordance avec les résultats expérimentaux pour Pr voisin de 0,7 (dans ces conditions, les expressions (5)

† Cette valeur relativement élevée de Pr_t dans la région de paroi peut sembler contradictoire avec la valeur obtenue par le rapport des pentes des lois en T⁺ et en u⁺ qui conduit à 1,17/1,8 = 0,66; on notera cependant qu'elle rejoint les valeurs proposées par certains auteurs [32, 33] tandis qu'on observera que, compte-tenu de la structure particulière d'une couche limite de jet pariétal, ce rapport des pentes traduit en fait une valeur moyenne de Pr_t sur l'ensemble de la couche limite.

et (6) deviennent sensiblement équivalentes pour Pr ≈ 0,7).

La Fig. 15 montre l'influence de la nouvelle expression de P sur le calcul du rapport 2St/CF. La concordance avec la réalité expérimentale est nettement améliorée par rapport au cas précédent : la formulation (3) se situe, cette fois, au dessus de la formulation numérique avec un écart qui n'excède pas 8-9%, situation qui traduit de façon tout à fait acceptable l'écart entre une expérimentation effectuée à flux constant et un calcul numérique conduit par Malin dans le cas d'une paroi isotherme ; on observe, de plus, que la concavité de la courbe obtenue par le calcul traduit bien le comportement expérimental.

CONCLUSION

L'ensemble des expérimentations présentées ici a mis en évidence les caractéristiques spécifiques d'une couche limite de jet pariétal ; il en résulte une analyse de l'écoulement qui permet d'expliquer le processus de transfert de chaleur (ou de masse). Cette analyse est à nouveau utilisée pour aboutir à une analogie entre transfert de chaleur et de quantité de mouvement ou pour préciser l'approche à partir de modèles numériques. C'est ainsi que nous avons pu proposer une nouvelle formulation de la fonction P telle qu'elle a été initialement introduite par Malin en vue de son

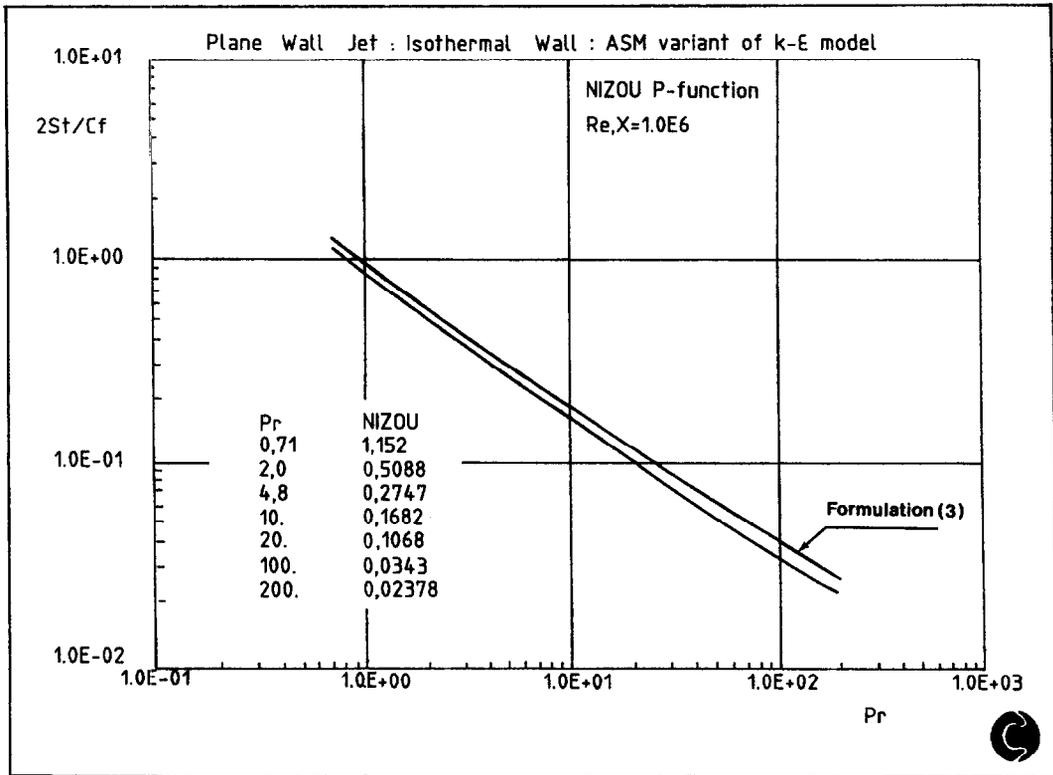


Fig. 15. Modélisation numérique utilisant la fonction P déduite des présents travaux (6). Comparaison avec la formulation (3). Résultats du calcul sur code PHOENICS aimablement fournis par M. R. Malin (CHAM Ltd, London).

utilisation dans le code de calcul PHOENICS. Les résultats obtenus sont tout à fait satisfaisants, mais il serait encore utile d'étendre la validation des modèles analytiques ou numériques à l'aide d'expérimentations menées pour des nombres de Prandtl situés dans la gamme 100–200 (huiles par exemple).

Cette analyse conduit, par ailleurs, au résultats pratiques suivants : l'évolution du coefficient de frottement peut s'obtenir à partir de la corrélation

$$C_f = 0,120 \left(\frac{u_m X_1}{\nu} \right)^{-0,222}$$

l'analogie entre transferts de chaleur et de quantité de mouvement peut se résumer, en première approximation, à

$$2St/C_f = Pr^{-0,78}$$

ce qui amène à proposer comme expression du nombre de Nusselt local

$$Nu_{X_1} = 0,060 Re_{X_1}^{0,78} Pr^{0,22}$$

Remerciements—Les auteurs tiennent à remercier le Dr M. R. Malin (CHAM Limited, London) qui a effectué, sur le code de calcul PHOENICS, la résolution numérique du transfert de chaleur relatif au cas du jet pariétal.

BIBLIOGRAPHIE

1. R. A. Seban, Heat transfer and effectiveness for a turbulent boundary layer with tangential fluid injection, *Trans. Am. Soc. Mech. Engrs. Ser. C, J. Heat Transfer* **82**, 303–312 (1960).
2. R. A. Seban and L. H. Back, Velocity and temperature profiles in a wall jet, *Int. J. Heat Mass Transfer* **2**, 255–265 (1961).
3. P. Y. Nizou, Heat and momentum transfer in a plane turbulent wall jet, *Trans. Am. Soc. Mech. Engrs Ser. C, J. Heat Transfer* **103**, 138–140 (1981).
4. G. E. Myers, J. J. Schauer and R. H. Eustis, Heat transfer to plane turbulent wall jets, *Trans. Am. Soc. Mech. Engrs Ser. C, J. Heat Transfer* **85**, 209–214 (1963).
5. T. Dakos, C. A. Verriopoulos and M. M. Gibson, Turbulent flow with heat transfer in plane and curved wall jets, *J. Fluid Mech.* **145**, 339–360 (1984).
6. I. Mabuchi and M. Kumada, Studies on heat transfer to turbulent jets which adjacent boundaries, *Bull. JSME* **15**, 1236–1245 (1972).
7. R. Rituper, Optimization of flow conditions for heat and mass exchange between thin plane air jet and warm water surface, Thèse de Doctorat, Université de Ljubljana (1986).
8. G. P. Hammond, Profile analysis of heat/mass transfer across the plane wall-jet, *Proceedings of the 7th International Heat Transfer Conference, Munich, Vol. 3*, pp. 349–355 (1982).
9. P. Y. Nizou, Analogie entre transferts de chaleur et de quantité de mouvement dans un jet pariétal plan turbulent, *Int. J. Heat Mass Transfer* **27**, 1737–1748 (1984).
10. F. Alamdari, G. P. Hammond and N. Montarezin, Heat/

- mass transfer beneath a two-dimensional wall-jet deflected by a normal flat-plate obstruction, *Proceedings of the 8th International Heat Transfer Conference*, San Francisco, Vol. 6, pp. 1213–1218 (1986).
11. M. R. Malin, Turbulence modelling for flow and heat transfer in jets, wakes and plumes, Ph.D. Thesis, Imperial College of Science and Technology, London (1986).
 12. M. R. Malin, On the calculation of heat transfer rates in fully turbulent wall flows, *Appl. Math. Modell.* **11**, 281–284 (1987).
 13. T. Tida, Convection turbulente dans le cas d'un jet pariétal plan d'eau, Thèse de Doctorat, Université de Nantes (1988).
 14. P. Y. Nizou, M. Roiland and T. Tida, Velocity profile and skin friction formulation for a plane turbulent wall jet, *Proceedings of the 3rd International Symposium on Applications of Laser Anemometry to Fluid-Mechanics*, Lisbon (1986).
 15. M. Roiland, X. Cardon, P. Y. Nizou et T. Tida, Mesure de vitesse par anémométrie laser au voisinage immédiat d'une paroi, *Actes du 8^e Congrès Français de Mécanique*, Vol. 2, pp. 540–541 (1987).
 16. B. F. Blackwell and R. J. Moffat, Design and construction of a low-velocity boundary layer temperature probe, *Trans. Am. Soc. Mech. Engrs*, Ser. C, *J. Heat Transfer* **97**, 313–315 (1975).
 17. A. Tailland, Contribution à l'étude d'un jet plan dirigé tangentiellement à une paroi plane, Thèse de Doctorat d'Etat, Université de Lyon (1970).
 18. P. Y. Nizou, Contribution à l'étude de la convection forcée turbulente dans le cas d'un jet pariétal plan, Thèse de Doctorat d'Etat, Université de Nantes (1978).
 19. B. E. Launder and W. Rodi, The turbulent wall jet, *Prog. Aerospace Sci.* **19**, 81–128 (1981).
 20. R. Narasimha, K. Yegna Narayan and S. P. Parthasarathy, Parametric analysis of turbulent wall jets in still air, *Aeronaut. J.* **77**, 355–359 (1973).
 21. G. P. Hammond, Complete velocity profile and "optimum" skin friction formulas for the plane wall-jet, *J. Fluid Engng* **104**, 59–66 (1982).
 22. B. A. Kader and A. M. Yaglom, Heat and mass transfer laws for fully turbulent wall flows, *Int. J. Heat Mass Transfer* **15**, 2329–2351 (1972).
 23. J. C. Simonich and P. Bradshaw, Effect of free-stream turbulence on heat transfer through a turbulent boundary layer, *Trans. Am. Soc. Mech. Engrs Ser. C, J. Heat Transfer* **100**, 671–677 (1978).
 24. J. Mathieu, Contribution à l'étude aérothermique d'un jet plan évoluant en présence d'une paroi, Publications Scientifiques et techniques du Ministère de l'Air, no. 374 (1962).
 25. D. E. Metzger, K. N. Cummings and W. A. Ruby, Effects of Prandtl number on heat transfer characteristics of impinging liquid jets, *Proceedings of the 5th International Heat Transfer Conference*, Tokyo, Vol. 2, pp. 20–25 (1974).
 26. J. Ward and M. Mahmood, Heat transfer from a turbulent, swirling, impinging jet, *Proceedings of the 7th International Heat Transfer Conference*, Munich, Vol. 3, pp. 401–407 (1982).
 27. B. Leduc et A. Jaumotte, Refroidissement d'une plaque plane par jet et injection pariétaux, *Revue Gén. Therm., Fr.* **14**, 679–692 (1975).
 28. S. V. Patankar and D. B. Spalding, *Heat and Mass Transfer in Boundary Layers* (2nd Edn). Inter Text Books, London (1970).
 29. B. E. Launder and D. B. Spalding, The numerical computation of turbulent flow, *Comput. Meth. Appl. Mech. Engng* **3**, 269–289 (1974).
 30. M. R. Malin and D. B. Spalding, Flow and heat transfer in two-dimensional turbulent wall jets and plumes, *PCH Physico Chemical Hydrodynam.* **9**, 237–274 (1987).
 31. H. I. Rosten and D. B. Spalding, *Phoenics—84 Reference Handbook*, CHAM TR/100. CHAM Ltd, London (1985).
 32. M. Ljuboja and W. Rodi, Prediction of horizontal and vertical turbulent buoyant wall jets, *Trans. Am. Soc. Mech. Engrs*, Ser. C, *J. Heat Transfer* **103**, 343–349 (1981).
 33. J. Hoch and L. M. Jiji, Theoretical and experimental temperature distribution in two-dimensional turbulent jet-boundary interaction, *Trans. Am. Soc. Mech. Engrs*, Ser. C, *J. Heat Transfer* **103**, 331–336 (1981).

HEAT AND MOMENTUM TRANSFER IN PLANE TURBULENT WALL JETS

Abstract—This paper deals with several experimental studies in the aim to discuss the relation between heat transfer and skin friction for turbulent wall jet flows, with particular emphasis on the most recent work by Tida (Thèse de Doctorat, Université de Nantes, 1988). A theoretical study takes stock of the whole of experimental results and draws conclusion on the previsional models related to heat transfer. Two complementary approaches are therefore proposed: an analytical formulation drawn from works by Hammond (*Proceedings of the 7th International Heat Transfer Conference*, Munich, Vol. 3, pp. 349–355, 1982) and Nizou (*Int. J. Heat Mass Transfer* **27**, 1737–1748, 1984), and calculation included within a more general numerical model of the Phoenics type notably developed by Malin (Ph.D. Thesis, Imperial College of Science and Technology, London, 1986; *Appl. Math. Modell.* **11**, 281–284, 1987).